

(૪) યદ્યચ્છ યલ x નું વિતરણ પોયસન છે કે જે માટે $P(x=2) = \frac{2}{3}P(x=1)$ હોય તો $P(x>1)$ ની કિંમત શોધો.

(૫) જો $x \sim N(2, 4)$ તથા y એ પ્રમાણિત પ્રમાણ્ય યલ હોય અને x અને y બંને નિરપેક્ષ યલો હોય તો $x-2y$ નું વિતરણ મેળવો.

(૬) જો x અને y નિરપેક્ષ ગામા યલો છે જે માટે $x \sim G(4)$, $y \sim G(6)$

છે. તો $\frac{x}{x+y}$ અને $\frac{x}{y}$ નો મધ્યક મેળવો.

(૭) જો યદ્યચ્છ યલ X નું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય

$$f(x) = \begin{cases} k \cdot x^5(1-x)^7 & ; 0 \leq x \leq 1 \\ = 0 & ; \text{અન્યત્ર} \end{cases}$$

હોય તો (૧) અચળાંક k (૨) x નું વિચરણ શોધો.

૨ (અ) નિદર્શાવકાશ અને પરસ્પર નિવારક ઘટનાની વ્યાખ્યા આપી, પ્રચલિત ૫

સંકેતોમાં સાબિત કરો કે, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

(બ) જો બે અનભિનત પાસાને એક સાથે ઉછાળવામાં આવે તો તેમના અંકોનો ૫
સરવાળો (૧) 9 કરતાં વધારે ન હોય (૨) 6 અથવા 3 મળે (૩) 5 કરતાં
ઓછો ન હોય, તેની સંભાવના શોધો.

(ક) એક પેટીમાં 5 સફેદ, 4 કાળા અને 6 લાલ દડાઓ છે. ૪

ત્રણ દડાઓ યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરવામાં આવે તો (૧) દરેક રંગનો
એક દડો પસંદ થાય (૨) બે દડા સફેદ અને એક કાળા રંગનો હોય, તેની
સંભાવના શોધો.

અથવા

૨ (અ) બેયઝનું પ્રમેય લખો અને સાબિત કરો. ૫

(બ) કોઈ એક સમૂહમાં 7 પુરુષો અને અમુક સ્ત્રીઓ છે. જો 2 સ્ત્રીઓ ૫

પસંદ કરવાની સંભાવના $\frac{1}{15}$ હોય તો સમૂહમાં સ્ત્રીઓની સંખ્યા શોધો.

(ક) જો $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.2$, $P(A \cup B) = 0.5$ હોય તો ૪

$P(A/B)$, $P(B/A)$ અને $P(A'/B')$ ની કિંમત શોધો.

- ૩ (અ) પ્રઘાતસર્જક વિઘેય અને યોગઘાત સર્જક વિઘેયની વ્યાખ્યા આપી પ્રચલિત સંકેતમાં સાબિત કરો કે,

$$k_3 = \mu_3$$

- (બ) જો x નું સંભાવના વિઘેય

$X = x$	0	1	2	3	4
$p(x)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{2}{10}$

$V(x)$ અને $P(0 < x \leq 3)$ ની કિંમત શોધો.

- (ક) યદૃચ્છ યલ x નું સંભાવના ઘટત્વ વિઘેય

$$f(x) = A \cdot x^4(1-x) \quad ; 0 \leq x \leq 1$$

$$= 0 \quad ; \text{અન્યત્ર}$$

હોય તો (૧) A ની કિંમત (૨) x ના મધ્યક અને વિચરણની કિંમત શોધો.

અથવા

- ૩ (અ) ગાણિતીય અપેક્ષાની વ્યાખ્યા આપો. બે નિરપેક્ષ અસતત યદૃચ્છ યલો x અને y માટે સાબિત કરો કે, $E(x, y) = E(x)E(y)$

- (બ) જો x નું સંભાવના વિઘેય

$$f(x) = k \cdot x \quad ; x = 1, 2, 3, 4, 5$$

$$= 0 \quad ; \text{અન્યત્ર}$$

હોય તો (૧) k (૨) મધ્યક (૩) વિચરણની કિંમત શોધો.

- (ક) જો યદૃચ્છ યલ x નું સંભાવના ઘટત્વ વિઘેય

$$f(x) = \frac{1}{3} \quad ; -1 < x < 2$$

$$= 0 \quad ; \text{અન્યત્ર}$$

હોય તો x નું પ્રઘાતસર્જક વિઘેય શોધી તેની મદદથી x નો મધ્યક શોધો.

- ૪ (અ) દ્વિપદી વિતરણ માટે પ્રચલિત સંકેતોમાં સાબિત કરો કે,

$$\mu_{r+1} = pq \left[nr \mu_{r-1} + \frac{d\mu_r}{dp} \right]$$

તે પરથી પ્રમાણિત વિચલનની કિંમત શોધો.

- (બ) પોયસન વિતરણ માટે મધ્યક સાપેક્ષ પ્રઘાતસર્જક વિઘેય મેળવી તે પરથી β_1 ની કિંમત મેળવો.

(ક) જો યદ્યચ્છ ચલ x નું પ્રઘાતસર્જક વિઘેય $M_x(t) = (0.6 + 0.4e^t)^6$

હોય તો, $P(x \geq 5)$ અને $P(1 \leq x \leq 4)$ ની કિંમત મેળવો.

અથવા

૪ (અ) ઋણ દ્વિપદી વિતરણ માટે પ્રઘાતસર્જક વિઘેય મેળવી તે પરથી મધ્યક અને વિચરણની કિંમત મેળવો. ૫

(બ) ગુણોત્તર વિતરણ માટે પ્રઘાતસર્જક વિઘેય મેળવી તે પરથી મધ્યક અને વિચરણ મેળવો. ૫

(ક) અતિ ગુણોત્તર વિતરણના લક્ષ સ્વરૂપે દ્વિપદી વિતરણ મેળવો. ૪

૫ (અ) પ્રમાણ્ય વિતરણ માટે મધ્યક સાપેક્ષ પ્રઘાતસર્જક વિઘેય શોધો, દર્શાવો કે ૫

$$(૧) \mu_{2r+1} = 0$$

$$(૨) \mu_{2r} = 1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2r-1) \sigma^{2r}.$$

(બ) એક સમાન વિતરણ $f(x) = \frac{1}{\theta}$; $0 \leq x \leq \theta$ ૫
 $= 0$; અન્યત્ર

માટે "r" ની પ્રઘાતની કિંમત મેળવી તેની મદદથી x ના મધ્યક અને વિચરણ શોધો.

(ક) જો $x \sim N(\mu_x, \sigma_x^2)$, $y \sim N(\mu_y, \sigma_y^2)$ તથા x અને y નિરપેક્ષ ૪

હોય તો $(x+y)$ નું વિતરણ મેળવો.

અથવા

૫ (અ) p પ્રાયલવાળા ગામા વિતરણની વ્યાખ્યા આપી, આ વિતરણનું પ્રઘાતસર્જક વિઘેય મેળવો. x અને y અનુક્રમે p અને q પ્રાયલવાળા નિરપેક્ષ ગામા ચલો હોય તો $x+y$ નું વિતરણ મેળવો. ૫

(બ) બીટા પ્રકાર II વિતરણની વ્યાખ્યા આપી આ વિતરણ માટે μ'_r ની કિંમત મેળવો. તેની મદદથી આ વિતરણ માટે μ'_1 અને μ'_2 કિંમત મેળવો. ૫

(ક) બીટા પ્રકાર I વિતરણ માટે મધ્યક અને બહુલક મેળવો. ૪

ENGLISH VERSION

- Instructions :**
- (1) As per the instruction no. 1 of page no. 1.
 - (2) All questions are compulsory.
 - (3) Figures to the right indicate the full marks of the question.
 - (4) Statistical and logarithmic tables will be supplied on request.
 - (5) Use of non-programmable scientific calculator is allowed.

1 Answer the following questions : **14**

- (1) If $P(A) = 0.30$, $P(B) = 0.78$ and $P(A \cap B) = 0.16$ then find value of $P(\bar{A}/\bar{B})$ and $P(A \cup \bar{B})$.
- (2) If random variable x has p.m.f.

$$f(x) = \frac{1}{6}; \quad x = 1, 2, 3, 4, 5, 6$$
$$= 0; \quad e.w.$$

then obtain variance of x .

- (3) In binomial distribution, $n = 6$ and $9P(x = 4) = P(x = 2)$, find the value of mean and variance.
- (4) The distribution of a random variable x is Poisson with $P(x = 2) = \frac{2}{3}P(x = 1)$ then find value of $P(x > 1)$.
- (5) If $x \sim N(2, 4)$ and y is a standard normal variates. Also x and y are independent then obtain distribution of $x - 2y$.
- (6) If x and y are independent gamma variates with

$$x \sim G(4), \quad y \sim G(6) \text{ then obtain mean of } \frac{x}{x+y} \text{ and } \frac{x}{y}.$$

- (7) If the p.d.f. of a random variable is

$$f(x) = k \cdot x^5 (1-x)^7 \quad ; 0 \leq x \leq 1$$
$$= 0 \quad ; e.w.$$

then find (1) constant k (2) variance of x .

- 2 (a) Define sample space and mutually exclusive events, prove that in usual notations, 5

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$
- (b) If two dice are tossed simultaneously, find the probability that sum of numbers on it are 5
 (1) Not more than 9 (2) 6 or 3 (3) Noy less than 5.
- (c) There are 5 white, 4 black and 6 red balls in a box. 3 balls are selected at random then what is the probability that (1) one ball is selected of each colour 4
 (2) two balls are white and one ball is black.

OR

- 2 (a) State and prove Baye's theorem. 5
 (b) There are 7 male and some women in a group. If 5
 the probability of selecting two women is $\frac{1}{15}$ then find
 number of women in a group.
- (c) If $P(A) = 0.4, P(B) = 0.2, P(A \cup B) = 0.5$ then find 4
 value of $P(A/B), P(B/A)$ and $P(A'/B')$.

- 3 (a) Define moment generating function and cumulative 5
 generating function, In usual notations prove that
 $k_3 = \mu_3$.
- (b) If p.m.f. of x is 5

$X = x$	0	1	2	3	4
$P(x)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{2}{10}$

then find value of $V(x)$ and $P(0 < x \leq 3)$.

- (c) If the p.d.f. of a random variable x is 4

$$f(x) = A \cdot x^4(1-x) \quad ; 0 \leq x \leq 1$$

$$= 0 \quad ; e.w.$$

then find value of (1) A (2) mean and variance of x .

OR

- 3 (a) Define mathematical expectation, for two independent discrete random variables x and y , prove that 5

$$E(x, y) = E(x)E(y)$$

- (b) If p.m.f. of x is 5

$$f(x) = k \cdot x \quad ; x = 1, 2, 3, 4, 5 \\ = 0 \quad ; e.w.$$

then find (1) k (2) mean (3) value of variance

- (c) If p.d.f of random variable X is 4

$$f(x) = \frac{1}{3} \quad ; -1 < x < 2 \\ = 0 \quad ; e.w.$$

then find moment generating function of x and using it find mean of x .

- 4 (a) In usual notation, for binomial distribution prove that 5

$$\mu_{r+1} = pq \left[nr \mu_{r-1} + \frac{d\mu_r}{dp} \right]$$

and find the value of standard deviation from it.

- (b) Obtain moment generating function about mean for Poisson distribution and hence obtain value of β_1 . 5

- (c) Moment generating function of random variable x 4

is $M_x(t) = (0.6 + 0.4e^t)^6$ then find $P(x \geq 5)$ and

$$P(1 \leq x \leq 4).$$

OR

- 4 (a) Derive the moment generating function for negative binomial distribution and hence obtain the value of mean and variance. 5

- (b) Derive moment generating function for geometric distribution and hence obtain the value of mean and variance. 5

- (c) Derive binomial distribution as it is a limiting form of hypergeometric distribution. 4

5 (a) Find moment generatic function about mean of normal distribution, show that 5

(1) $\mu_{2r+1} = 0$

(2) $\mu_{2r} = 1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2r - 1) \sigma^{2r}$.

(b) For uniform distribution $f(x) = \frac{1}{\theta}$; $0 \leq x \leq \theta$ 5
 $= 0$; *e.w.*

obtain value of r^{th} raw moment and by using it, find mean and variance of x .

(c) If $x \sim N(\mu_x, \sigma_x^2)$, $y \sim N(\mu_y, \sigma_y^2)$ and x and y are 4
independent then derive distribution of $(x + y)$.

OR

5 (a) Define gamma distribution with parameter p . Obtain 5
moment generating function for this distribution, If x and y are independent gamma variates with respective parameters p and q then obtain the distribution of $x + y$.

(b) Define Beta II type distribution. Obtain value of 5
 μ'_r for this distribution. Hence find the value of μ'_1 and μ'_2 for this distribution.

(c) Obtain mean and mode for Beta-I type distribution.

